

文章编号:1000-8055(2012)01-0097-07

空心风扇叶片结构优化设计方法及 程序实现

杨剑秋, 王延荣

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 在空心风扇叶片结构强度分析的基础上, 以叶片最大等效应力水平为约束条件, 建立了叶片质量和径向位移最小化的双目标优化模型. 采用正交试验设计的方法, 分析了各设计变量对约束函数和目标函数的影响, 减少了设计变量的数量. 为了提高优化设计效率, 采用径向基函数插值的方法, 构造了约束函数和目标函数的响应面替代模型, 从而避免了优化设计过程中大量的结构有限元分析求解. 针对空心叶片结构强度优化设计的示例, 探讨了替代模型和带精英策略的 Pareto 排序遗传算法的具体应用, 得到了分布均匀的 Pareto 最优解, 给出了空心叶片示例的具体优化设计结果.

关 键 词: 空心风扇叶片; 结构优化; 正交试验设计; 径向基函数; Pareto 排序遗传算法

中图分类号: V231.9

文献标志码: A

Structural design optimization method and program implementation for a hollow fan blade

YANG Jian-qiu, WANG Yan-rong

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A bi-objective optimization model for a hollow fan blade was established for the purpose of minimizing the mass and radial displacement with the constraint of maximum Von Mises equivalent stress, based on the structural analysis of a hollow fan blade. The effects of design variables on the constraint function and objective functions were studied using orthogonal experimental design method, and the number of design variables was reduced as a result. The response surface metamodels of constraint function and objective functions were constructed using radial basis function method so as to improve the efficiency of structural design optimization and avoid a lot of finite element analysis during the optimization process. An example was solved for the purpose of studying the applications of metamodels and elitist non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II) for the bi-objective structural design optimization of a hollow fan blade, then a group of uniform Pareto solutions and some recommended optimal results of a hollow fan blade example were obtained.

Key words: hollow fan blade; structural optimization;
orthogonal experimental design; radial basis function;
non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II)

收稿日期: 2011-01-01; **修订日期:** 2011-04-15

作者简介: 杨剑秋(1981—), 男, 安徽合肥人, 博士生, 主要从事航空发动机结构强度振动与疲劳可靠性方面的研究.

采用超塑成型/扩散连接工艺制造的钛合金宽弦空心风扇叶片,是目前先进航空涡扇发动机的标志性结构之一.国外研制的空心风扇叶片在试验和实际使用的过程中,都体现了良好的结构强度性能^[1],但是有关空心叶片内部空腔结构具体设计方法和研究策略的资料却极少.国内对空心风扇叶片的结构设计也进行了一些数值仿真和试验研究^[2-5],探索了不同内部空腔结构形式对空心叶片强度和振动特性的影响.振动和疲劳试验研究表明,空心叶片的壁板厚度分布以及芯板的分布形式都对叶片结构性能有重要影响.这些研究给空心叶片结构设计提供了有意义的结论,但是针对叶片空腔结构,尚缺乏详细的设计方法和策略.

空心风扇叶片结构设计是一种多目标优化设计问题.带精英策略的 Pareto 排序遗传算法(NSGA-II)的基本过程与一般遗传算法相同,其不同之处在于快速 Pareto 排序算法和新的种群选择策略^[6-7],这些使其成为处理多目标优化问题的一种有效方法.本文在文献[8]中提出的空心叶片结构特征参数的基础上,以一个空心风扇叶片的算例为对象,研究了基于叶片强度条件下,NSGA-II 在空心风扇叶片结构优化设计中的应用策略,并给出了优化设计结果.

由于优化设计变量的数量直接关系到优化设计问题的规模,优化设计中反复进行有限元分析的代价过于高昂,因此,本文首先采用正交试验设计的方法,考查了各个设计变量对约束函数和目标函数的影响趋势及大小,减少了设计变量的个数;其次,由于带有多项式函数项的增广径向基函数作为一种多变量有限点的精确插值技术,构造的响应面函数具有插值效果好、形式简单、计算效率高且对初始样本点敏感性较低等特点^[9-10],因此本文采用该方法,构造了约束和目标函数的响应面替代模型,避免了采用遗传算法进行优化设计过程中大量的有限元计算分析,提高了优化设计效率.

1 空心叶片结构优化设计模型

文献[8]中针对空心风扇叶片的结构特征提出了 4 个参数,即壁板厚度 D 、芯板厚度 d 、芯板扩散连接长度 S 以及芯板数量 N ,各参数见图 1.芯板数量是指芯板未进行扩散连接而在超塑成型过程中被撑开部位的数量.通过定义自空腔根部至空腔顶部 8 个不同叶高截面的壁板厚度为设计

变量,可以使壁板厚度沿叶高非均匀分布,通过定义芯板与壁板厚度比 C ,则可以确定芯板沿叶高的分布,通过定义扩散连接比率 L 来确定扩散连接长度 S .各参数的定义详见参考文献[8].

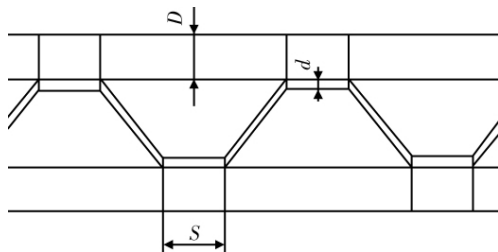


图 1 空心叶片截面局部模型

Fig. 1 Local sketch for cross section of a hollow fan blade

空心叶片的设计首先需要满足强度条件,且质量和径向位移尽可能的小.因此,本文以空心叶片的强度单学科优化设计为例,在空心叶片静强度有限元分析的基础上,建立了以叶片最大等效应力水平为约束条件,叶片质量和径向位移最小化为双目标的优化设计模型

$$\begin{aligned} \min \quad & W(X) \quad \text{and} \quad U_{\max}(X) \\ \text{s. t.} \quad & S_{\max}(X) \leq \sigma_{\max} \\ & X_l \leq X \leq X_u \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $W(X)$, $U_{\max}(X)$ 和 $S_{\max}(X)$ 分别表示叶片质量函数、最大径向位移函数和最大等效应力函数, $X = (D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, C, L, N)^T$ 表示设计变量向量,其中 D_i 为第 i 截面的壁板厚度.

2 优化设计方法

2.1 正交试验设计

正交试验设计是多因子组合试验中最重要的一种设计方法.设存在 m 个因素,每个因素具有 p 个水平,不考虑因素间的交互作用,根据合适的正交表安排了 n 次试验,得到了 n 个结果.设第 j 因素的第 i 水平参与下的试验结果为 $y_{ij}^{(k)}$.由于在 n 次试验中,第 j 因素的第 i 水平共参与了 n/p 次,所以 $y_{ij}^{(k)}$ 中的上角标 k 表示这 n/p 次中的第 k 次结果.由此可得

$$M_{ij} = \frac{p}{n} \sum_{k=1}^{n/p} y_{ij}^{(k)} \quad (2)$$

它表示第 j 因素中所有第 i 水平参与下的试验结果的均值,则极差 R_j 可以表示为

$$R_j = M_{ij(\max)} - M_{ij(\min)} \quad (3)$$

这里, R_j 表示了第 j 因素水平变化对试验结果影响的大小. 通过比较同一因素不同 M_{ij} , 可以得到因素对试验结果的影响趋势^[11-12].

2.2 增广径向基函数响应面模型

设有一组 n 个 d 维的初始插值样本点 $X_i = (x_1, x_2, \dots, x_d), i=1, 2, \dots, n$, 每个样本点对应的函数值为 s_i , 则对于某一个待求点 X , 其函数值 $F(X)$ 可以表示为^[13]

$$F(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi(\|X - X_i\|) + \sum_{j=1}^m p_j(X) b_j \quad (4)$$

式中 λ_i 和 b_j 为插值系数, 可以根据初始样本点在其自身样本空间中的插值得到, $\sum_{j=1}^m p_j(X) b_j$ 是由样本点各维构成的一个具有 m 项的完全多项式, $\|X - X_i\|$ 表示两点间的欧氏距离, 函数 φ 为径向基函数, 通常选用高斯函数表示

$$\varphi(r) = \exp(-cr^2) \quad (5)$$

式中 c 为常数, 一般取 $c \in (0, 1)$.

2.3 带精英策略的 Pareto 排序遗传算法

设父代种群为 P , 子代种群为 Q , 两者均有 n 个个体. 对这 $2n$ 个个体进行快速 Pareto 排序, 得到多层次的 Pareto 前沿解集, 最外层的个体等级最高, 以此类推. 设优化问题共有 d 个目标, 每一层个体的两端边界点拥挤度为 ∞ , 则对第 I 层除去边界之外的第 j 个个体, 引入拥挤度函数^[13]

$$I(j) = \sum_{m=1}^d \frac{f_m^{j+1} - f_m^{j-1}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad (6)$$

式中 f_m^{j+1} 表示第 $j+1$ 个节点的第 m 个目标函数值, 而 $f_m^{\max}$ 和 $f_m^{\min}$ 表示所有个体中第 m 个目标值的最大值和最小值. 由此可见, 拥挤度函数越大, 说明第 j 个个体周围种群越密, 在选择下一步遗传运算的种群时, 该局部的个体被选择的概率就越低, 由此避免了 Pareto 解集过早地向局部集中, 保持了种群的多样性.

3 空心叶片结构优化设计示例

3.1 空心叶片示例的有限元建模及计算参数

本文构造了一个空心叶片模型的内部空腔结构, 建立了有限元模型, 见图 2 和图 3. 叶片材料为 TC4 钛合金. 有限元分析中, 对叶片根部约束了全部的位移, 转子的转速为 1000 rad/s , 在叶盆和叶背两侧分别施加 0.15 MPa 和 0.1 MPa 的表面压力. 考虑到叶片根部约束形式的影响, 去除叶

片根部局部区域之后, 叶片的最大等效应力和最大径向应力均出现在叶片中部至空腔根部区域.

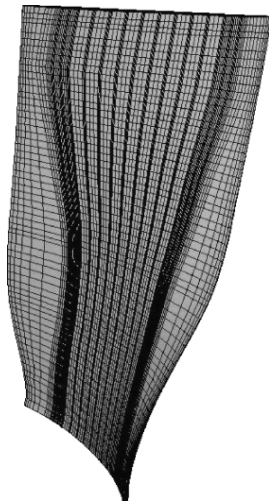


图 2 空心叶片有限元模型

Fig. 2 Finite element mesh of a hollow fan blade model

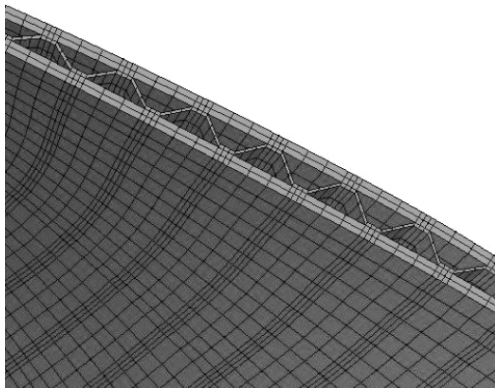


图 3 空心叶片有限元模型局部

Fig. 3 Local sketch for finite element mesh of a hollow fan blade model

3.2 空心叶片模型的正交试验设计分析

为了分析各个设计变量的变化对叶片约束函数和目标函数的影响趋势及大小, 对每个设计变量取定 3 个水平, 见表 1. 由于芯板数量的增加能够提高叶片抵抗表面压力和弯矩的能力, 所以本空心叶片示例选定芯板数为 24 个. 对表 1 中的 10 个变量, 根据 $L_{27}(3^{13})$ 正交表安排了 27 组不同的变量组合进行线弹性有限元分析, 根据公式(2)和公式(3), 分析了各变量不同水平对叶片最大等效应力和最大径向位移的影响, 见表 2 和表 3. 各设计变量对叶片质量的影响没有列表分析, 这是

表 1 结构优化设计变量及取值水平

Table 1 Structural design optimization parameters and levels

水平	D_1/mm	D_2/mm	D_3/mm	D_4/mm	D_5/mm	D_6/mm	D_7/mm	D_8/mm	C	L
1	1.2	1.2	1.0	1.0	1.0	1.0	0.8	0.8	0.2	0.2
2	1.7	1.6	1.4	1.4	1.3	1.3	1.2	0.9	0.3	0.4
3	2.2	2.0	1.8	1.8	1.6	1.6	1.6	1.0	0.4	0.6

表 2 设计变量对最大等效应力的影响 (单位:MPa)

Table2 Effects of design variables on the maximum Mises equivalent stress (unit:MPa)

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	C	L
M_1	783.56	642.63	670.10	609.82	634.22	642.21	629.79	650.44	666.68	657.38
M_2	593.98	669.69	639.32	673.03	663.67	654.13	662.50	658.27	660.60	654.95
M_3	599.63	664.84	667.73	694.31	679.27	680.8	684.86	668.44	649.88	664.83
R	189.58	27.06	30.78	84.49	45.05	38.59	55.07	18	16.8	9.88

表 3 设计变量对最大径向位移的影响

Table 3 Effects of design variables on the maximum radial displacement

	D_1/mm	D_2/mm	D_3/mm	D_4/mm	D_5/mm	D_6/mm	D_7/mm	D_8/mm	C	L
M_1	1.446	1.453	1.450	1.440	1.426	1.413	1.394	1.423	1.426	1.430
M_2	1.429	1.427	1.429	1.427	1.431	1.431	1.431	1.430	1.430	1.430
M_3	1.417	1.412	1.414	1.426	1.436	1.448	1.468	1.439	1.436	1.432
R	0.029	0.041	0.036	0.014	0.01	0.035	0.074	0.016	0.01	0.002

由于除了扩散连接比率 L 之外,其他设计变量数值的增大,都会导致叶片质量的增加.

从表 2 和表 3 的直观分析结果可以看出,对于第 5 至第 8 层截面,随着壁板厚度的增加,叶片最大等效应力和最大径向位移都呈现显著的增长趋势.第 1 至第 3 截面壁板厚度的增加,会导致叶片最大径向位移显著下降,但是对最大等效应力的影响没有表现出明显的一致性趋势.此外,第 4 截面壁板厚度的增加会导致最大等效应力水平的显著增加,虽然径向位移会有所降低,但是影响非常小.芯板与壁板厚度比 C 的增加,会导致叶片质量和最大径向位移的增大,最大等效应力减小.扩散连接比率 L 的变化对最大等效应力的影响没有表现出一致性趋势.综上所述,为了使最大等效应力满足约束,且叶片质量和径向位移均最小,则第 4 至第 8 截面壁板厚度可以固定为各自的最小水平值,这样剩下的设计变量仅有第 1 至第 3 截面壁板厚度、芯板与壁板厚度比 C 以及扩散连接比率 L .

3.3 空心叶片示例的结构优化设计过程

采用正交试验设计减少了设计变量的个数之后,最终的优化设计变量及取值区间见表 4.

表 4 优化设计变量取值区间

Table 4 Value ranges of the design optimization variables

	D_1/mm	D_2/mm	D_3/mm	C	L
下限	1.2	1.2	1.0	0.2	0.2
上限	2.2	2.0	1.8	0.4	0.6

通过径向基函数插值的方法可以建立约束函数和目标函数的响应面替代模型,即通过近似的方法,显式地表达叶片质量、最大径向位移和最大等效应力与设计变量之间的函数关系.由于响应面模型与实际模型之间不可避免地存在一定误差,因此,通过优化设计得到的基于响应面模型的 Pareto 解集,需要通过有限元分析来校核.如果替代模型与有限元模型之间的误差在可接受的范围

之内,则认为优化设计结果良好,否则就需要把校核的 Pareto 解集加入到初始的插值样本点中,以增加样本容量,获得更好的近似效果,再进行下一轮的优化设计过程. 基于替代模型的空心叶片结构强度优化设计流程见图 4.

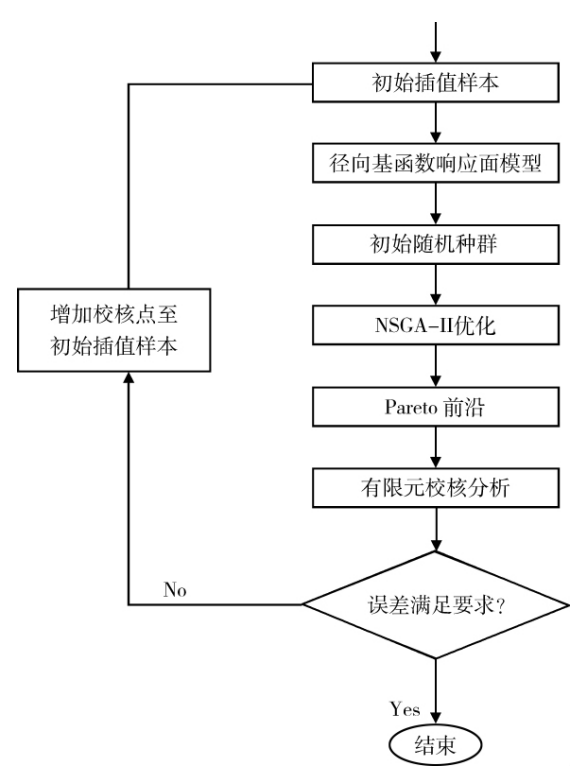


图 4 基于响应面替代模型的结构优化设计流程
Fig. 4 Process of structural design optimization based on response surface metamodels

采用中心组合设计的方法,每个变量离散为 5 个水平,对组合出的 27 个初始插值样本点进行有限元分析,采用完全二次多项式增广的径向基函数对计算结果进行插值,得到具有 48 项插值系数的约束函数和目标函数响应面替代模型.

对于和空心叶片模型同尺寸的实心叶片,在相同载荷条件下,最大等效应力为 465.5 MPa,出现在叶背中部区域,叶片质量为 0.85 kg. 在优化设计过程中,显然不希望空心叶片的最大应力比实心叶片的还大,因此,选定 465 MPa 作为空心叶片的最大等效应力约束条件. 然而,如果直接以此作为约束条件,误差的存在有可能会 导致替代模型可行域比实际模型的小. 因此,为了克服这样的缺陷,第一轮的优化设计过程中,放松了约束水平,以 490 MPa 为约束条件,使得搜索区域可以得到扩展,以尽量弥补响应面误差带来的影响. 在设计空间内,随机选择了 20 个初始个体组成种群,

经过 150 步的 NSGA-II 计算,得到了 20 个分布较为均匀的 Pareto 前沿点,对这些点进行有限元校核分析,其结果和响应面替代模型的预测值比较的误差见表 5.

表 5 第一轮优化设计响应面预测误差
Table 5 Deviation of response surface prediction results in the first round of design optimization

	$S_{\max}/\text{MPa}$	$U_{\max}/\text{mm}$	W/kg
最大误差绝对值	9.94	0.00085	0.00012
平均绝对值误差	4.06	0.00029	0.00005
最大相对误差/%	2.1	0.06	0.018
平均相对误差/%	0.86	0.022	0.0081

由表 5 可见,径向基函数响应面替代模型的预测精度是很高的,尤其是对于最大径向位移和叶片质量这两个函数. 对最大等效应力函数的预测误差相对较大,这可能主要是由于最大等效应力函数具有明显多峰性,且它在设计空间中的变化幅度,要远远大于叶片质量和最大径向位移的变化幅度. 尽管如此,预测值仍然可以很好地满足工程要求. 由于本轮的优化是以放松约束条件为前提的,因此仍需要采用遗传算法进行进一步的优化设计.

把有限元分析的样本点加入到初始插值样本点中,构成了 47 个新的插值样本点,同样采用完全二次多项式增广径向基函数插值,对于约束函数和目标函数均各有 68 项插值系数. 由于上一轮的优化设计中,响应面的预测效果很好,因此本轮重新以 465 MPa 作为最大等效应力的约束条件,同样随机选择 20 个初始个体组成种群,经过 150 步的 NSGA-II 计算,得到了 20 个 Pareto 前沿点,对这些点进行有限元校核分析,并比较了和预测值之间的误差,见表 6. 有限元校核后的 Pareto 前沿点分布见图 5.

表 6 第二轮优化设计响应面预测值误差
Table 6 Deviation of response surface prediction results in the second round of design optimization

	$S_{\max}/\text{MPa}$	$U_{\max}/\text{mm}$	W/kg
最大误差绝对值	9.14	0.001	0.0001
平均绝对值误差	4.25	0.0003	0.000025
最大相对误差/%	2.0	0.075	0.015
平均相对误差/%	0.9	0.022	0.0037

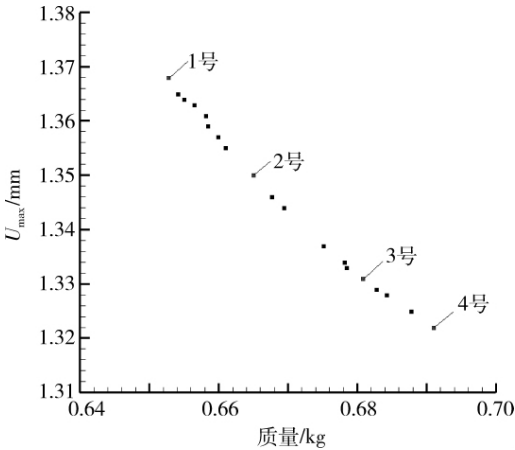


图 5 空心叶片优化设计 Pareto 解前沿
Fig. 5 Pareto front for the structural optimization of a hollow fan blade

表 7 给出了图 5 中 Pareto 前沿上 1 号、2 号、3 号和 4 号点对应的优化设计结果,其中对应 2 号点设计结果的空心风扇叶片的等效应力分布见图 6.

表 7 与图 5 对应的部分 Pareto 最优解
Table 7 Pareto optimal solutions for some points on Fig. 5

Pareto 解编号	D_1/mm	D_2/mm	D_3/mm	C	L
1	1.94	1.33	1.26	0.20	0.26
2	1.99	1.59	1.36	0.20	0.26
3	2.18	1.97	1.45	0.20	0.28
4	2.20	1.99	1.78	0.20	0.28

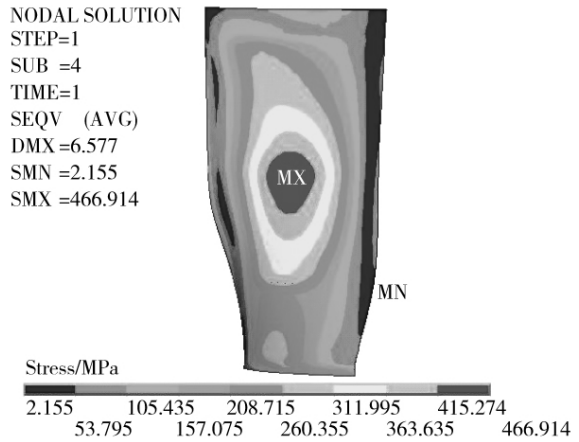


图 6 空心风扇叶片第 2 号最优解等效应力分布
Fig. 6 Mises equivalent stress distribution for the No. 2 optimal solution of a hollow fan blade

算例中的空心叶片,最大等效应力均出现于叶背中部至空腔根部附近的区域.从结果的比较来看,预测值的误差较小,能够满足工程需要.虽然在有限元校核过程中,有些优化设计点的最大等效应力水平超过了 465 MPa,但是超过的范围很小,可以认为其能够满足约束函数的要求,因此,不需要再进行新一轮的优化设计.在第二轮优化设计中的插值样本点相比于第一轮增加了 20 个,但是最大等效应力的预测误差仍然接近 2%,可见最大等效应力关于设计变量表现出非常复杂的函数关系.从本文的分析结果来看,采用中心组和设计法获得初始样本点得到的插值效果很好,但是当设计变量大大增加的时候,会导致样本点的数量迅速增加,因此,做为后续研究,有必要继续讨论不同的样本点产生方法对径向基函数插值的影响.图 5 中给出了最终的 Pareto 解前沿,但是从工程实际的角度出发,还需要选定一个最终解做为实际的优化结果,这需要根据工程要求,提供一个可选择的目标范围,以选择部分可接受的优化结果,同时,从结果的稳健性来考虑,还需要对部分优化结果进行稳健性分析,以寻找目标以及约束函数对设计变量的变化不敏感的结果,这还需要其他的方法进行更多的讨论和分析.

4 结 论

本文建立了基于空心叶片结构强度约束的双目标优化设计模型,提出了采用正交试验设计缩减优化设计问题规模的方法,采用径向基函数插值构造响应面替代模型,结合 NSGA-II 算法提出了空心叶片结构优化设计的策略,并以结构强度单学科优化为基础,通过一个空心叶片的算例验证了方法的可行性以及具体实施过程.从分析的过程和结果中得到了以下结论:

1) 采用正交试验设计的方法,可以有效减少设计变量的数量,初步对优化设计问题进行预分析.需要注意的是,本文中的正交试验计结果显示,空心叶片第 4 至第 8 截面壁板厚度可以选定为表 1 中相应变量的最小值,从表 2 和表 3 的直观分析结果来看,当第 4 至第 8 截面壁板厚度继续减小时,有可能能够继续减小叶片最大等效应力以及最大径向位移,这样会导致最终的优化设计结果出现变化.但是,本文之所以没有选择进一步减小第 4 至第 8 截面壁板厚度的下限,是由于壁板厚度进一步变薄,同时会导致芯板厚度更薄,这两方面的变化可能不利于叶片承受表面压力载

荷以及弯矩载荷,因此,本文中并没有选用更小的壁板厚度下限。当然,更为合理的壁板厚度下限可以从结构失稳角度进行进一步的详细研究和分析。

2) 在基于叶片强度要求的设计过程中,空心叶片空腔根部至空腔中部之间区域的壁板厚度是优化设计的关键,而芯板厚度可以相对较薄,扩散连接比率则可以介于0.2至0.3之间。

3) 采用径向基函数插值的方法构造响应面替代模型具有很高的近似精度,但是由于该方法是基于样本点的严格插值,因此需要初始样本点的分布能够覆盖整个设计空间。

4) NSGA-II 算法稳健性好,采用该方法与响应面替代模型相结合,对于空心叶片多目标优化设计问题,能够快速有效地寻找到分布均匀的 Pareto 最优解,但是对基于替代模型的优化结果进行有限元校核分析仍是非常必要的。

参考文献:

- [1] 梁春华. 高性能航空发动机先进风扇和压气机叶片综述[J]. 航空发动机, 2006, 32(3): 48-52.
LIANG Chunhua. Overview of advanced fan and compressor blade/vane in high performance aeroengine[J]. Aero-engine, 2006, 32(3): 48-52. (in Chinese)
- [2] 郝勇, 李志强, 杜发荣, 等. 大涵道比涡扇发动机的宽弦空心风扇叶片技术研究[C]//大型飞机关键技术高层论坛暨中国航空学会2007年学术年会论文集. 北京: 中国航空学会动力专业分会, 2007: 1-6.
- [3] 刚铁. 宽弦空心风扇叶片结构设计及强度分析研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.
GANG Tie. Research on structural design and stress analysis of hollow fan blades[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)
- [4] 杨雯, 杜发荣, 郝勇, 等. 宽弦空心风扇叶片动力响应特性研究[J]. 航空动力学报, 2007, 22(3): 444-449.
YANG Wen, DU Farong, HAO Yong, et al. Investigation of dynamic response property of wide-chord fan blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 23(3): 444-449. (in Chinese)
- [5] 王营, 陶智, 杜发荣, 等. 宽弦空心风扇叶片流固耦合作用下的叶片响应分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2178-2183.
WANG Ying, TAO Zhi, DU Farong, et al. Response analysis of fluid and solid coupling characteristics for a wide-chord fan blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2178-2183. (in Chinese)
- [6] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [7] Sidhartha Panda. Application of non-dominated sorting genetic algorithm-II techniques for optimal FACTS-based controller design[J]. Journal of the Franklin Institute, 2010, 347(7): 1047-1064.
- [8] 杨剑秋, 王延荣. 基于正交试验设计的空心叶片结构优化设计[J]. 航空动力学报, 2011, 26(2): 376-384.
YANG Jianqiu, WANG Yanrong. Structural optimization of hollow fan blade based on orthogonal experimental design[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(2): 376-384. (in Chinese)
- [9] Krishnamurthy T. Comparison of response surface construction methods for derivative estimation using moving least squares, kriging and radial basis functions [R]. AIAA-2005-1821, 2005.
- [10] Jin R, Chen W, Simpson T W. Comparative studies of meta-modelling techniques under multiple modeling criteria[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2001, 23(1): 1-13.
- [11] 王万中. 试验的设计与分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [12] 方开泰, 马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [13] Krishnamurthy T. Response surface approximation with augmented and compactly supported radial basis functions [R]. AIAA-2003-1748, 2003.